J.Baker
LYCÉE POLYVALENT
HANCHES

Mathématiques

Livret de préparation de l'entrée en seconde

CORRECTION

1. Calcul numérique

1.1. Nombres en écriture fractionnaire

Exercice 1 :

$$A = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \mathbf{\frac{1}{2}}$$

$$B = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{4} = \mathbf{\frac{3}{4}}$$

$$C = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) \div \frac{3}{4} = \mathbf{\frac{44}{45}}$$

$$D = \frac{4}{7} - \frac{1}{7} \times \frac{5}{3} = \mathbf{\frac{1}{3}}$$

$$E = \frac{\frac{3}{15} + \frac{2}{3}}{\frac{9}{4} + 1} = \mathbf{\frac{4}{15}}$$

$$F = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \times \left(3 + \frac{1}{2}\right) = \mathbf{\frac{1}{6}}$$

$$G = \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{2}\right) = \mathbf{\frac{-3}{4}}$$

$$H = \left(1 - \frac{2}{3}\right) \div \left(2 + \frac{1}{3}\right) = \mathbf{\frac{1}{7}}$$

$$I = \frac{5 + \frac{3}{4} - \frac{1}{3}}{5 - \frac{3}{4} - \frac{1}{3}} = \mathbf{\frac{65}{47}}$$

Exercice 2 :

$$\mathbf{1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) = \frac{4}{15}}$$

Christine reçoit $\frac{4}{15}$ de la fortune de son père.

1.2. Puissances

Exercice 3 :

$$A = \frac{3^5 \times 3^2}{3^{-7}} = \mathbf{3^{14}}$$

$$B = \frac{((-3)^2 \times 3^2)^3}{(-3)^6} = \mathbf{3^6}$$

$$C = \frac{3^{-2} \times 9^{-8}}{3^4 \times 27^{-17}} = \mathbf{3^{29}}$$

Exercice 4 :

$$D = \frac{(2^3 \times 2^{-4})^2}{(5^3)^2 \times 5^{-5}} = \mathbf{2^{-5} \times 5^{-1}}$$

$$E = \frac{(10^2)^3}{2^{-4} \times 25^6} = \mathbf{2^{10} \times 5^{-6}}$$

$$F = \left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{5^2}{2}\right)^3 = \mathbf{2 \times 5^2}$$

Exercice 5 :

$8^n = 2^n \times 2^{12}$

$\mathbf{(2^3)^n = 2^{n+12}}$

$\mathbf{3n = n + 12}$

$\mathbf{n = 6}$

Exercice 6 :

$4\,836\,000 = \mathbf{4,836 \times 10^6}$

$0{,}000\,716 = \mathbf{7,16 \times 10^{-4}}$

$374{,}1 \times 10^{-5} = \mathbf{3,741 \times 10^{-3}}$

$0{,}053 \times 10^{-2} = \mathbf{5,3 \times 10^{-4}}$

1.3. Arithmétique

Exercice 7:

1)

32 : **1 ;32 ;2 ;16 ;4 ;8**

47 : **1 ;47**

60 : **1 ;60 ;2 ;30 ;3 ;20 ;4 ;15 ;5 ;12 ;6 ;10**

2)

$126 = \mathbf{2 \times 3^2 \times 7}$

$96 = \mathbf{2^5 \times 3}$

$720 = \mathbf{2^4 \times 5 \times 3^2}$

3) Simplifier au maximum les fractions :

$$\frac{96}{720} = \frac{\mathbf{2^5 \times 3}}{\mathbf{2^4 \times 5 \times 3^2}} = \mathbf{\frac{2}{15}}$$

$$\frac{154}{126} = \frac{\mathbf{2 \times 7 \times 11}}{\mathbf{2 \times 3^2 \times 7}} = \mathbf{\frac{11}{9}}$$

Exercice 8 :

a) $\mathbf{112 = 2^4 \times 7}$ **et** $\mathbf{96 = 2^5 \times 3}$

Le plus grand diviseur commun à 112 et 96 est $\mathbf{2^4 = 16}$. Ils peuvent faire 16 groupes maximum.

b) $\mathbf{112 = 16 \times 7}$ **et** $\mathbf{96 = 16 \times 6}$.

Il y aura 6 filles et 7 garçons dans chaque groupe.

Exercice 9 :

a) **Les diviseurs de 28 sont : 1 ;28 ;2 ;14 ;4et 7.**

$\mathbf{1 + 2 + 14 + 4 + 7 = 28}$. **Donc 28 est un nombre parfait.**

b) **Les diviseurs de 64 sont : 1 ;64 ;2 ;32 ;4 ;16 et 8**

$\mathbf{1 + 2 + 32 + 4 + 16 + 8 = 63}$ **qui est différent de 64 de une unité. 64 est presque parfait.**

c) **Les nombres presque parfait inférieurs à 20 sont : 1 ; 2 ; 4 ; 8 et 16.**

1.4. Proportion et pourcentage

Exercice 10 :

$20\%\ de\ 150€ :\ \mathbf{30€}$	$\frac{3}{4}\ de\ 800 :\ \mathbf{600}$
$15\%\ de\ 320\ litres :\ \mathbf{48\ litres}$	$\frac{2}{5}\ de\ 450 :\ \mathbf{180}$
$3\%\ de\ 130 :\ \mathbf{3,9}$	$\frac{1}{3}\ de\ 270 :\ \mathbf{90}$

Exercice 11 :

1) $\frac{7,5}{510} = \mathbf{0,0147}\ \boldsymbol{soit}\ \mathbf{1,47\%}$

L'Australie représente environ 1,47% de la surface de la Terre.

2) $\frac{46}{100} \times \mathbf{362 = 166,52}$

L'Océan Pacifique a une aire totale d'environ 166,52 millions de km².

Exercice 12 :

	Menu à 16€	Menu à 24€	Total
Clients ayant choisi un café	**30**	**150**	**180**
Clients ayant choisi un apéritif	**70**	**50**	**120**
Total	**100**	**200**	300

$$\mathbf{300 \times \frac{60}{100} = 180}$$

$$\mathbf{150 = \frac{75}{100} \times x \quad soit \quad x = \frac{150 \times 100}{75} = 200}$$

$$\mathbf{180 - 150 = 30}$$

$$\mathbf{300 - 200 = 100}$$

$$\mathbf{200 - 150 = 50}$$

$$\mathbf{100 - 30 = 70}$$

2. Calcul littéral

2.1. Développement et factorisation

Exercice 13 :

$A = -2x(-6 + 8x) = \mathbf{12x - 16x^2}$

$B = (3x + 5)(2x + 8) = \mathbf{6x^2 + 34x + 40}$

$C = (2 - x)(-x^2 - 3) = \mathbf{x^3 - 2x^2 + 3x - 6}$

$D = 3x + 5 - (7x - 2) = \mathbf{-4x + 7}$

$E = (3x - 1)(3x + 1) = \mathbf{9x^2 - 1}$

$F = 5x(-3x - 2) - (x - 4)(-7x + 6)$
$= \mathbf{-8x^2 - 44x + 24}$

Exercice 14 :

$G = 28 + 20x = \mathbf{4(7 + 5x)}$

$H = 33x^2 - 4x = \mathbf{x(33x - 4)}$

$I = 36x^2 + 30x = \mathbf{6x(6x + 5)}$

$J = 25 - x^2 = \mathbf{(5 - x)(5 + x)}$

$K = 2(x + 1) + (2 + x)(x + 1) = \mathbf{(x + 1)(x + 4)}$

$L = (2 - x)(3x + 1) + (3x + 1) = \mathbf{(3x + 1)(3 - x)}$

2.2. Résolution d'équations

Exercice 15 :

$(E1): 4x - 5 = 8$

$$\boldsymbol{x = \frac{13}{4}}$$

$(E2): x + 1 = 2x - 5$

$$\boldsymbol{x = 6}$$

$(E3): 12 - 5x = -x$

$$\boldsymbol{x = 3}$$

$(E4): 2(x - 8) = 9 - 3x$

$$\boldsymbol{x = 5}$$

$(E5): (4x + 1)(7 - 3x) = 0$

$$\boldsymbol{x = \frac{-1}{4} \quad ou \quad x = \frac{7}{3}}$$

$(E6): \dfrac{x + 2}{3} = \dfrac{3}{2}$

$$\boldsymbol{x = \frac{5}{2}}$$

Exercice 16 :

a) $\boldsymbol{A = 15x^2 + 23x - 28}$

b) **On développe et on réduit**

$\boldsymbol{(3x + 7)(3x - 7) = 9x^2 - 49}$.

c) $\boldsymbol{A = (3x + 7)(3x - 7) + (3x + 7)(2x + 3)}$

$\boldsymbol{A = (3x + 7)[(3x - 7) + (2x + 3)]}$

$\boldsymbol{A = (3x + 7)(5x - 4)}$

d) $\boldsymbol{(3x + 7)(5x - 4) = 0}$

$\boldsymbol{x = \frac{-7}{3} \quad ou \quad x = \frac{4}{5}}$

Exercice 17:

$\boldsymbol{1 - \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{15}}$

Si $\frac{1}{15}$ représente 200€, pour trouver la somme totale ($\frac{15}{15}$), on multiplie par 15.

$\boldsymbol{200 \times 15 = 3\,000}$

La somme totale distribuée est 3 000€.

3. Fonctions

3.1. Vocabulaire, notations et lecture graphique

Exercice 18 :

a) **2**

b) **2 et 3**

c) **Il admet 3 antécédents**

d) $\boldsymbol{f(0) = 1}$

e) $\boldsymbol{x = -1,5 \quad ou\ x = 1,5}$

f) **Oui**

Exercice 19 :

a) $\boldsymbol{f(-3) = 2 \times (-3) - 4 = -10}$

b) $\boldsymbol{f(x) = 24 \Leftrightarrow 2x - 4 = 24 \Leftrightarrow x = 14}$

c) $\boldsymbol{g(3) = 4 \times 3^2 = 36}$

d) $\boldsymbol{g(x) = 8 \Leftrightarrow 4x^2 = 8 \Leftrightarrow x = \sqrt{2} \quad ou \quad x = -\sqrt{2}}$

Exercice 20 :

On considère la fonction f définie pour tout nombre x par : $f(x) = 16x^2 - 81$

a) $\boldsymbol{f(2) = 16 \times 2^2 - 81 = -17}$

b) $\boldsymbol{f(10) = 16 \times 10^2 - 81 = 1\,519}$

c) $\boldsymbol{f(x) = 0 \Leftrightarrow 16x^2 - 81 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{81}{16} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4} \quad ou \quad x = -\sqrt{\frac{81}{16}} = -\frac{9}{4}}$

d)

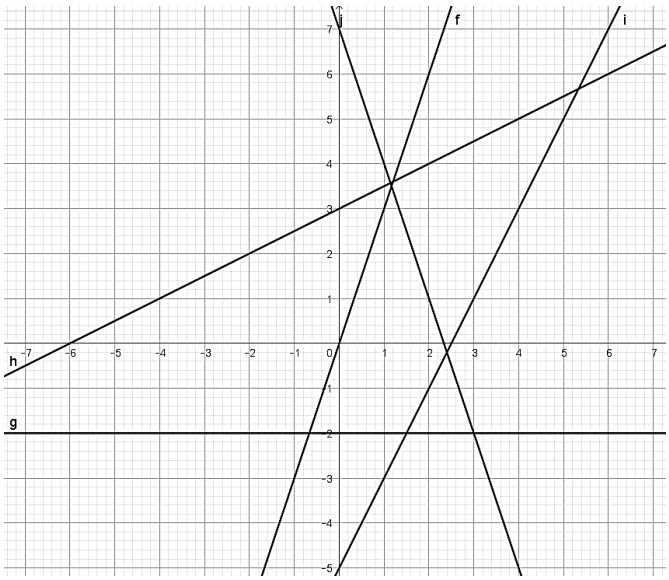
x	-2	-1	0	2	10
$f(x)$	$\boldsymbol{-17}$	$\boldsymbol{-65}$	$\boldsymbol{-81}$	$\boldsymbol{-17}$	$\boldsymbol{1\,519}$

3.2. Fonctions linéaires et affines

Exercice 21 :

Fonction	Affine (oui/non)	Coefficient directeur	Ordonnée à l'origine
$f(x) = 4x - 3$	Oui	4	-3
$g(x) = 5 - 2x$	Oui	-2	5
$h(x) = -3$	Oui	0	-3
$i(x) = -2{,}5x$	Oui	-2,5	0
$j(x) = \frac{2}{x}$	Non		
$k(x) = 2x^2 + 1$	Non		

Exercice 22 :



Exercice 23 :

$f(x) = -2x + 3$	(AB)
$g(x) = 2x + 3$	(CD)
$h(x) = 2$	(BE)
$j(x) = 3x$	(AC)

4. Statistiques et probabilités

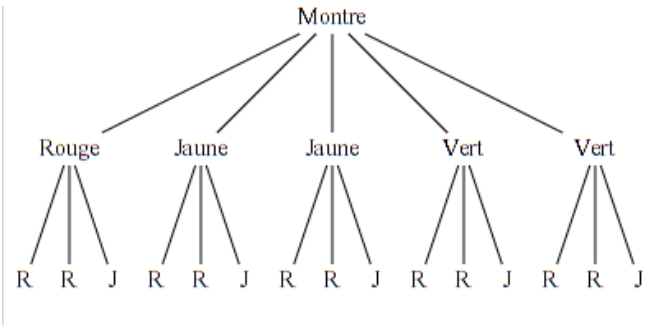
4.1. Probabilités

Exercice 24 :

1) $\mathbf{1 - (0,1 + 0,12 + 0,11 + 0,17 + 0,29) = 0,21}$
2) **Le dé ne semble pas équilibré. Il semble truqué.**
3)
   a. $\mathbf{0,12 + 0,2 + 0,29 = 0,61}$ **La probabilité de tomber sur un nombre pair est 0,61.**
   b. $\mathbf{0,1 + 0,12 + 0,11 + 0,29 = 0,62}$ **La probabilité de tomber sur un diviseur de 6 est 0,62.**

Exercice 25 :

1)



2) $\frac{1}{5}$
3) $\mathbf{0}$
4) $\frac{2}{15}$
5) $\frac{4}{15}$
6) $\frac{11}{15}$

4.2. Statistiques

Exercice 26 :

1) $38 + 23 + 12 + 9 + 1 = 83$ personnes travaillent dans l'entreprise
2) $\bar{m} = \frac{38 \times 1\,258 + 23 \times 1\,423 + \ldots\ldots + 1 \times 8\,322}{83} \approx 1\,639,53$
3) $N = 83 \qquad \frac{N}{2} = 41,5$

   La médiane est la 42ème valeur soit Me = 1 423

Exercice 27 :

1) $2 + 5 + 2 + 2 + 3 + 2 + 7 + 2 = 25$ élèves dans la classe
2) $\bar{m} = \frac{8 \times 2 + 9 \times 5 + \ldots\ldots + 14 \times 7 + 15 \times 2}{25} = 11,72$
3) $N = 25 \qquad \frac{N}{2} = 12,5$

   La médiane est la 13ème valeur soit Me = 12
4) $e = 15 - 8 = 7$

5. Géométrie

5.1. Autour des triangles

Exercice 28 :

1) Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore :
   $BC^2 = AB^2 + AC^2$
   $AC^2 = BC^2 - AB^2$
   $AC^2 = 8,9^2 - 3,9^2 = 64$
   $AC = \sqrt{64} = 8\ cm$
2) $AC^2 = 64 \qquad et \qquad AD^2 + CD^2 = 4,8^2 + 6,4^2 = 64$
   $AC^2 = AD^2 + CD^2$
   D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ACD est un triangle rectangle en D

Exercice 29 :

1) Dans le triangle BCD rectangle en B, on a : $\tan(\widehat{BCD}) = \frac{BD}{BC} \qquad soit \qquad BD = BC \times \tan(30°) \approx 2,9cm$
2) Dans le triangle ABD rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :
   $AD^2 = AB^2 + BD^2$
   $AB^2 = AD^2 - BD^2 = 3^2 - 2,9^2 = 0,59$
   $AB = \sqrt{0,59} \approx 0,77\ cm$
3) Dans le triangle ABD rectangle en D : $\sin(\widehat{DAB}) = \frac{BD}{AD} = \frac{2,9}{3} \qquad soit \quad \widehat{DAB} = \sin^{-1}\left(\frac{2,9}{3}\right) \approx 75°$
4) Dans le triangle ACD, on a : $\widehat{DAB} \approx 75°$ et $\widehat{BCD} = 30°$. Donc $\widehat{ADC} = 180 - (75 + 30) = 75° \neq 90°$.
   Le triangle ACD n'est pas un triangle rectangle.

Exercice 30 :

1) Dans le triangle ABE rectangle en E, d'après le théorème de Pythagore :
   $AB^2 = AE^2 + BE^2$
   $BE^2 = AB^2 - AE^2 = 1\,000^2 - 800^2 = 360\,000$
   $BE = \sqrt{360\,000} = 600\ m$
   La station de ski est à 600 m d'altitude.
2) Les droites (BE) et (CD) sont parallèles car elles sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (AC)
3) Dans le triangle ACD, $B \in [AB]$, $E \in [AC]$ et $(BE)//(CD)$
   D'après le théorème de Thalès : $\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC} = \frac{BE}{CD} \qquad en\ particulier, \frac{AE}{AC} = \frac{BE}{CD} \quad soit \quad \frac{800}{2\,000} = \frac{600}{DC}$
   $DC = \frac{600 \times 2\,000}{800} = 1\,500\ m$
   Le point D se situe à *une altitude de* 1 500 *mètres*

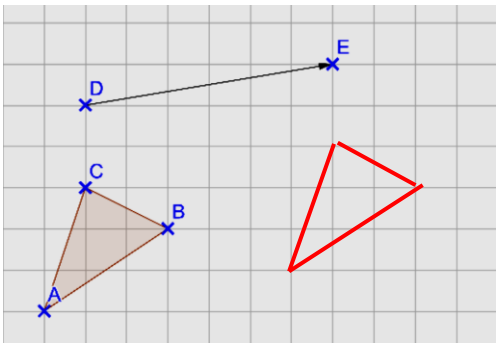
5.2. Translation et parallélogramme

Exercice 31 :

1) **C'est un parallélogramme car c'est un quadrilatère avec deux côtés opposés parallèles et de même longueur**	2) **C'est un losange car c'est un parallélogramme (diagonales qui se coupent en leur milieu) qui possède deux côtés consécutifs de même longueur.**
3) **C'est un rectangle car c'est un parallélogramme ayant des diagonales de même longueur.**	4) **C'est un losange car c'est un parallélogramme (côtés opposés deux à deux de même longueur) qui a des diagonales perpendiculaires.**
5) **C'est un carré car C'est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur et deux côtés consécutifs perpendiculaires.**	

Exercice 32 :

1)



2) **C'est un parallélogramme.**

Exercice 33 :

1) L'image du triangle 1 par la symétrie axiale d'axe **(AB)** est le triangle **3**
2) L'image du triangle 1 par la symétrie centrale de centre **A** est le triangle **5**
3) L'image du triangle 1 par la translation qui transforme **le triangle 1 en le triangle 2** est le triangle **2**
4) Le triangle 1 a pour image le triangle 4 par la rotation de centre **A,** d'angle **90°** et dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

6. Algorithmique et programmation

Exercice 34 :

1) Compléter le programme de calcul correspondant à ce script.

   → Choisir un nombre

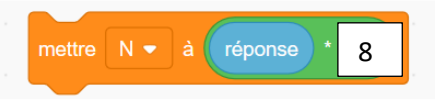
   → Le multiplier par **2**

   → Ajouter **7**

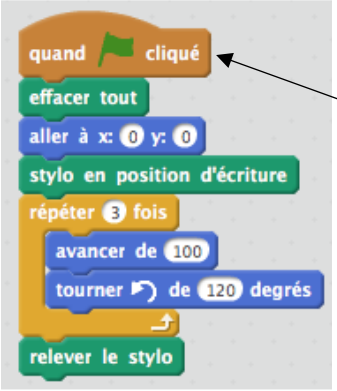
   → Multiplier le résultat par **4**

   → Soustraire **28**

2) $(2 \times 2 + 7) \times 4 - 28 = 16$
3) $(2 \times (-4) + 7) \times 4 - 28 = -32$
4)
   a. $f(x) = (2x + 7) \times 4 - 28$
   b. $f(x) = (2x + 7) \times 4 - 28 = 8x + 28 - 28 = 8x$
5)

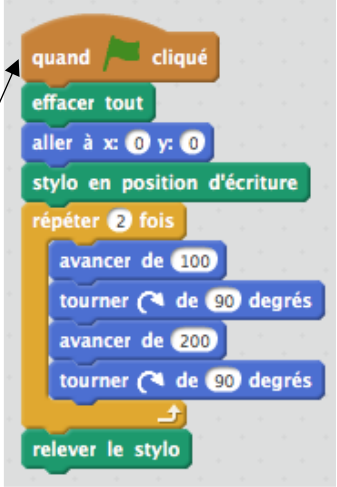


Exercice 35 :



Un triangle équilatéral de 100 pas de côtés. Le lutin trace 3 segments de même longueur et tourne au total de 360°.

Un rectangle de largeur 100 pas et de longueur 200 pas. Le lutin trace 2 couples de segments de même longueur et tourne 4 fois à 90°.



FIN